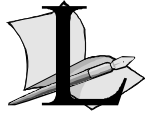


3. PÉRDIDAS DE ENERGÍA DEBIDAS A LA FRICCIÓN



La cantidad que más se calcula en flujos de tuberías tal vez sea la pérdida de energía. Estas son debidas a la fricción interna en el fluido. Como se indica en la ecuación general de energía, tales pérdidas traen como resultado la disminución de presión entre dos puntos del sistema de flujo.

3.1 LA ECUACIÓN DE DARCY - WEISBACH

Si planteamos la ecuación de energía entre dos puntos de una corriente de fluido se tiene:

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \quad (3.1)$$

Definimos los siguientes términos:

- V_1 y V_2 = Velocidades promedios en las secciones 1 y 2 respectivamente
- α_1 y α_2 = Factores de corrección de energía cinética en tuberías circulares, con flujo laminar con perfil parabólico de velocidades $\alpha=2$ y en flujo turbulento el perfil es casi uniforme $\alpha \approx 1.05$, en general tomaremos $\alpha=1$
- h_A = Energía añadida o agregada al fluido mediante un dispositivo mecánico, como puede ser una bomba.
- h_R = Energía removida o retirada del fluido mediante un dispositivo mecánico, como podría ser una turbina.
- h_L = Pérdida de energía la cual se compone en general de las pérdidas por fricción y pérdidas menores:
 - $h_L = h_f + h_m$
 - h_f = Pérdida de energía debido a la fricción en los conductos.
 - h_m = Pérdida local de energía debida a la presencia de válvulas y conectores.

Las pérdidas de energía debido a la fricción las podemos expresar por la ecuación de Darcy - Weisbach⁵.

⁵ Henri Darcy (1803-1858), ingeniero Francés; que realizó experimentos con flujo en tuberías. Julius Weisbach, profesor Alemán quien, en 1850, publicó el primer texto moderno de hidrodinámica.

$$h_f = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad (3.2)$$

En la que: L : Longitud del tramo de tubería [m].
 D : Diámetro del conducto [m]
 V : Velocidad promedio del flujo [m/s]
 g : Gravedad [m/s²]
 f : Factor de fricción [adimensional]

Es de anotar que el valor estándar para la gravedad es de 9.80665 m/s² y varia de un mínimo de 9.77 m/s² a un máximo de 9.83 m/s² en la tierra. Se utilizará un valor nominal de 9.81 m/s² a menos que se indique otra cosa, si deseamos conocer la gravedad en diferentes puntos de la tierra deberemos consultar la figura G.1 de los anexos en donde se observa la variación de la gravedad con respecto la latitud y la altitud. En esta figura podemos observar que para Quibdó la gravedad sería 9.781 m/s²

Esta ecuación nos sirve para calcular las pérdidas de energía para todo tipo de flujo, por eso es conocida como la ecuación universal.

3.2 PÉRDIDA DE ENERGÍA EN FLUJO LAMINAR

La pérdida de energía en este tipo de flujo se pueden calcular a partir de la ecuación de Hagen - Poiseuille⁶:

$$h_F = \frac{32\mu LV}{\gamma D^2} \quad (3.3)$$

Pero como dijimos anteriormente, la ecuación de Darcy - Weisbach es aplicable a este tipo de flujo, por lo que igualaremos las dos expresiones:

$$f \frac{L V^2}{D 2g} = \frac{32\mu LV}{\gamma D^2}$$

Despejando f tenemos: $f = \frac{64\mu g}{VD\gamma}$

Anteriormente habíamos definido el número de Reynolds como: $N_R = \frac{\rho VD}{\mu}$

⁶ G.L.H. Hagen, ingeniero Alemán quien, en 1839, midió el flujo en tuberías largas y reporto que en ellas se podía apreciar dos regímenes de flujos.

J.L.M Poiseuille (1799-1869), físico Francés quien estuvo interesado en el flujo de la sangre a través de los vasos sanguíneos.

Entonces :
$$f = \frac{64}{N_R} \quad (3.4)$$

Por lo tanto en flujo laminar para encontrar las pérdidas de energía podemos aplicar la ecuación de Hagen - Poiseuille o la de Darcy - Weisbach con $f=64/N_R$

3.3 PÉRDIDA DE ENERGÍA EN FLUJO TURBULENTO

De acuerdo a las experiencias de Nikuradse, se estableció que para flujos turbulentos el factor de fricción depende tanto del diámetro de la tubería como de la rugosidad relativa del conducto. Esta última es la relación entre el diámetro D , del conducto y la rugosidad promedio ϵ de la pared del conducto. En la figura 3.1 se puede observar la rugosidad de la pared del conducto

Colebrook y White comprobaron los resultados de Nikuradse y presentaron la siguiente fórmula empírica para $N_R > 4\,000$:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon / D}{3.71} + \frac{2.51}{N_R \sqrt{f}} \right) \quad (3.5)$$

En esta podemos observar que f esta en ambos lados de la ecuación, por eso para poder encontrar el valor de f debemos emplear el método de numérico de iteración de punto fijo, descrito en el anexo I.1.

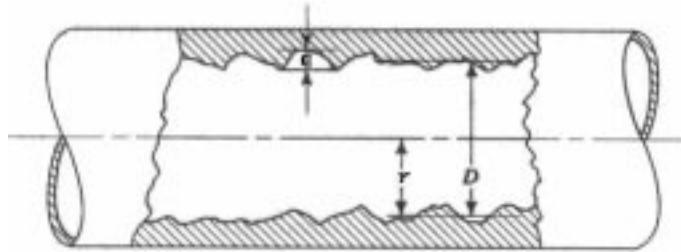


Figura 3.1 rugosidad de la pared del conducto.

Tabla 3.1 Valores de la Rugosidad absoluta de algunas tuberías

Material	Rugosidad absoluta ϵ (mm)
Acero brizado	0.9-9
Acero comercial	0.45
Acero galvanizado	0.15
Concreto	0.3-3
Concreto bituminoso	0.25
CCP	0.12
Hierro forjado	0.06
Hierro fundido	0.15
Hierro dúctil ⁽¹⁾	0.25
Hierro galvanizado	0.15
Hierro dulce asfaltado	0.12
GRP	0.030
Polietileno	0.007
PVC	0.0015

⁽¹⁾ cuando la tubería de hierro dúctil esté revestida internamente, se debe tomar el valor de rugosidad absoluta del material de revestimiento.

Es de anotar que el RAS 2000 en su sección B.6.4.4, recomienda el uso de la ecuación de Colebrook - White con el f en flujo turbulento para el cálculo de la pérdida por fricción.

La Ecuación de Colebrook - White (Ec. 3.5) requiere un procedimiento de tanteo y error, como el método de iteración de punto fijo llamado también de aproximación sucesiva, para su solución, este procedimiento resulta rápido si se dispone al menos de una calculadora programable, por esta razón en 1976 P. K. Swamee y A. K. Jain⁽⁷⁾ propusieron la siguiente expresión explícita para el factor de fricción:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{1}{3.7D/\epsilon} + \frac{5.74}{N_R^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (3.6)$$

Esta ecuación es aplicable dentro de los siguientes rangos: $\left| \begin{array}{l} 100 < D/\epsilon < 1*10^6 \\ 4000 < N_R < 3*10^8 \end{array} \right|$

Se recomienda utilizar esta ecuación para obtener el valor inicial de f para ser utilizado en la ecuación de Colebrook - White

⁷ Swamee P. y A. Jain, "Explicit equations for pipe flow problems", en journal of the hydraulic division HY5, No 102, American Society of Civil Engineer, New York, 1976.

3.4 PÉRDIDA DE ENERGÍA EN LA ZONA CRÍTICA

Para calcular la pérdida en la zona crítica ($2\ 000 < N_R < 4\ 000$) se recomienda utilizar una interpolación cúbica entre el factor para flujo laminar y flujo turbulento. La interpolación mas recomendada es la cúbica propuesta por Dunlop en 1991⁽⁸⁾

$$f = (X1 + R (X2 + R (X3 + X4))) \quad (3.7)$$

En donde :

$$X1 = 7 FA - FB$$

$$X2 = 0.128 - 17 FA + 2.5 FB$$

$$X3 = -0.128 + 13 FA - 2 FB$$

$$X4 = R (0.032 - 3 FA + 0.5 FB)$$

$$R = N_R / 2\ 000$$

$$FA = (Y3)^{-2}$$

$$FB = FA (2 - 0.00514215 / (Y2 * Y3))$$

$$Y2 = \frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{N_R^{0.9}}$$

$$Y3 = -2 \text{Log} \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{4000^{0.9}} \right)$$

En las cuales N_R es el número de Reynolds, ε rugosidad de la tubería, D diámetro interno del tubo.

3.5 FORMULA DE HAZEN - WILLIAMS PARA PÉRDIDAS EN TUBERIAS

En el siglo antepasado e inicios del pasado se obtuvieron muchas fórmulas empíricas. Cada una de estas representa un modelo matemático que se aproxima a los valores de velocidad y fricción obtenidos en el laboratorio, pero no puede asegurarse que este modelo sea válido por fuera del rango de experimentación. Sin embargo algunas de estas fórmulas dan resultados aceptables y rápidos dentro de sus rangos. Una de estas fórmulas fue la propuesta por Hazen y Williams en 1903. Con esta se propuso "corregir" el inconveniente presentado con la ecuación de Colebrook - White (Ec. 3.5), pues el factor de fricción varía con el material, el diámetro y la velocidad, haciendo, a principios del siglo XX, engorrosa su averiguación.

La expresión original propuesta es entonces:

⁸ LEWIS A. ROSMAN, Epanet2 Users Manual, p. 181

$$V = 1.318C R_H^{0.63} S_F^{0.54} \quad (3.8)$$

En donde: V : Velocidad del flujo en pies/s
 C : Constante de Hazen - Williams
 R_H : Radio hidráulico en pies
 S_F : Cociente h_F / L , pérdida de energía en la longitud del conducto en pies/pies

El uso del radio hidráulico nos permite aplicar la fórmula tanto en conductos circulares como en los no circulares.

Para convertir la ecuación de Hazen - Williams al SI debemos pasar la velocidad a m/s y el radio hidráulico a metros.

$$V = 0.8492C R_H^{0.63} S_F^{0.54} \quad (3.9)$$

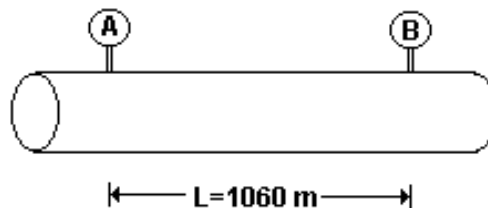
Si despejamos h_F en la ecuación 3.8, y la dejamos en función del caudal obtenemos otra forma de la ecuación muy útil en los cálculos:

$$h_F = \frac{10.67LQ^{1.852}}{C^{1.852} D^{4.87}} \quad (3.10)$$

Esta fórmula es aplicable con las siguientes restricciones:

- Velocidades de flujo menores de 3.05 m/s
- Conductos de diámetros entre 2 y 72 pulgadas (50mm y 1800mm)
- Agua a 15°C
- Desarrollada únicamente para flujo turbulento.

Ejemplo 3.1 Se transporta Querosene a 25°C por una tubería de 6" en acero calibre 80, si la presión en el punto A es de 587 kPa, ¿que presión se puede esperar en el punto B si se transportan a) 0.2 l/s b) 0.69 l/s y c) 2.3 l/s, conociendo que la longitud es de 1 060 m?.



Solución: Si aplicamos la ecuación de energía entre los puntos A y B obtenemos:

$$\frac{P_A}{\gamma} - h_F = \frac{P_B}{\gamma} \quad \Rightarrow \quad P_B = P_A - h_F \gamma$$

Entonces debemos obtener las pérdidas de energía h_F para obtener la presión en el punto B.

Para esto primero debemos identificar el tipo de flujo que se presenta en cada caso para así poder elegir correctamente las ecuaciones a utilizar.

Por facilidad utilizaremos las expresiones del número de Reynolds y ecuación de pérdidas en función del caudal:

$$N_R = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{4QD\rho}{\pi D^2 \mu} = \frac{4Q\rho}{\pi D\mu} \quad h_f = f \frac{L V^2}{D 2g} = f \frac{L}{D} \frac{16Q^2}{\pi^2 D^4 2g} = f \frac{8L}{D^5} \frac{Q^2}{\pi^2 g}$$

De la tabla C.3 Obtenemos el diámetro interior de la tubería de 6" Cal 80 $\phi_{int}=0.1463m$.

Las propiedades del Queroseno. De la tabla B.1. $\rho=823 \text{ kg/m}^3$, $\mu=1.64*10^{-3} \text{ Pa.s}$, $\gamma=8.07 \text{ kN/m}^3$

La rugosidad absoluta $\epsilon=0.45mm$, de la tabla 3.1.

Ahora evaluaremos el número de Reynolds y su correspondiente factor de fricción en cada uno de los casos.

$$a) N_R = \frac{4(0.2 * 10^{-3}) * 823}{\pi * 0.1463 * 1.64 * 10^{-3}} = 873.48 \quad \text{El cual nos sugiere un flujo laminar (Ec. Hagen - Poiseuille)}$$

$$f = \frac{64}{N_R} = \frac{64}{873.48} = 0.0733$$

$$b) N_R = \frac{4(0.69 * 10^{-3}) * 823}{\pi * 0.1463 * 1.64 * 10^{-3}} = 3013.50 \quad \text{El cual sitúa el flujo en la zona crítica. (Interpolación Dunlop)}$$

$$Y2 = \left(\frac{4.6 * 10^{-5}}{3.7 * 0.1463} + \frac{5.74}{3013.5^{0.9}} \right) = 4.329 * 10^{-3}$$

$$Y3 = -2 \text{Log} \left(\frac{4.6 * 10^{-5}}{3.7 * 0.1463} + \frac{5.74}{4000^{0.9}} \right) = 4.944$$

$$R = \frac{3013.5}{2000} = 1.507$$

$$FA = 4.944^{-2} = 40.91 * 10^{-3}$$

$$FB = 40.91 * 10^{-3} \left(2 - \frac{0.00514215}{4.329 * 10^{-3} * 4.944} \right) = 71.99 * 10^{-3}$$

$$X1 = 7(40.91 * 10^{-3}) - 71.99 * 10^{-3} = 0.2144$$

$$X2 = 0.128 - 17(40.91 * 10^{-3}) + 2.5(71.99 * 10^{-3}) = -0.3875$$

$$X3 = -0.128 + 13(40.91 * 10^{-3}) - 2(71.99 * 10^{-3}) = 0.2599$$

$$X4 = 1.507(0.032 - 3 + 40.91 * 10^{-3} + 0.5 * 71.99 * 10^{-3}) = -82.49 * 10^{-3}$$

$$f = (0.214 + 1.507(-0.3875 + 1.507(0.2599 - 82.49 * 10^{-3}))) = 0.0332$$

$$c) N_R = \frac{4(2.3 * 10^{-3}) * 823}{\pi * 0.1463 * 1.64 * 10^{-3}} = 10044.99 \quad \text{El cual nos indica un flujo turbulento (Ec. Swamee y Jain)}$$

$$f_i = \frac{0.25}{\left[\text{Log} \left(\frac{4.6 * 10^{-5}}{3.7 * 0.1463} + \frac{5.74}{10044.99^{0.9}} \right) \right]^2} = 0.0315$$

$$f = \frac{0.25}{\left[\text{Log} \left(\frac{4.6 * 10^{-5}}{3.71 * 0.1463} + \frac{2.51}{10044.99 \sqrt{0.0315}} \right) \right]^2} = 0.0313$$

Con los factores de fricción aplicamos la ecuación de Darcy-Weisbach y obtenemos las pérdidas.

$$a) h_f = 0.0733 \frac{8 * 1060}{\pi^2 * 0.1463^5} * \frac{0.0002^2}{9.81} = 0.004m$$

$$b) h_f = 0.0332 \frac{8 * 1060}{\pi^2 * 0.1463^5} * \frac{0.00069^2}{9.81} = 0.021m$$

$$c) h_f = 0.0313 \frac{8 * 1060}{\pi^2 * 0.1463^5} * \frac{0.0023^2}{9.81} = 0.216m$$

Con las pérdidas ya calculadas podemos predecir las presiones que se pueden esperar en el punto B.

$$a) P_B = 587.0kPa - 0.004m * 8.07 \frac{kN}{m^3} = 587.0kPa$$

$$b) P_B = 587.0kPa - 0.021m * 8.07 \frac{kN}{m^3} = 586.8kPa$$

$$c) P_B = 587.0kPa - 0.216m * 8.07 \frac{kN}{m^3} = 585.3kPa$$

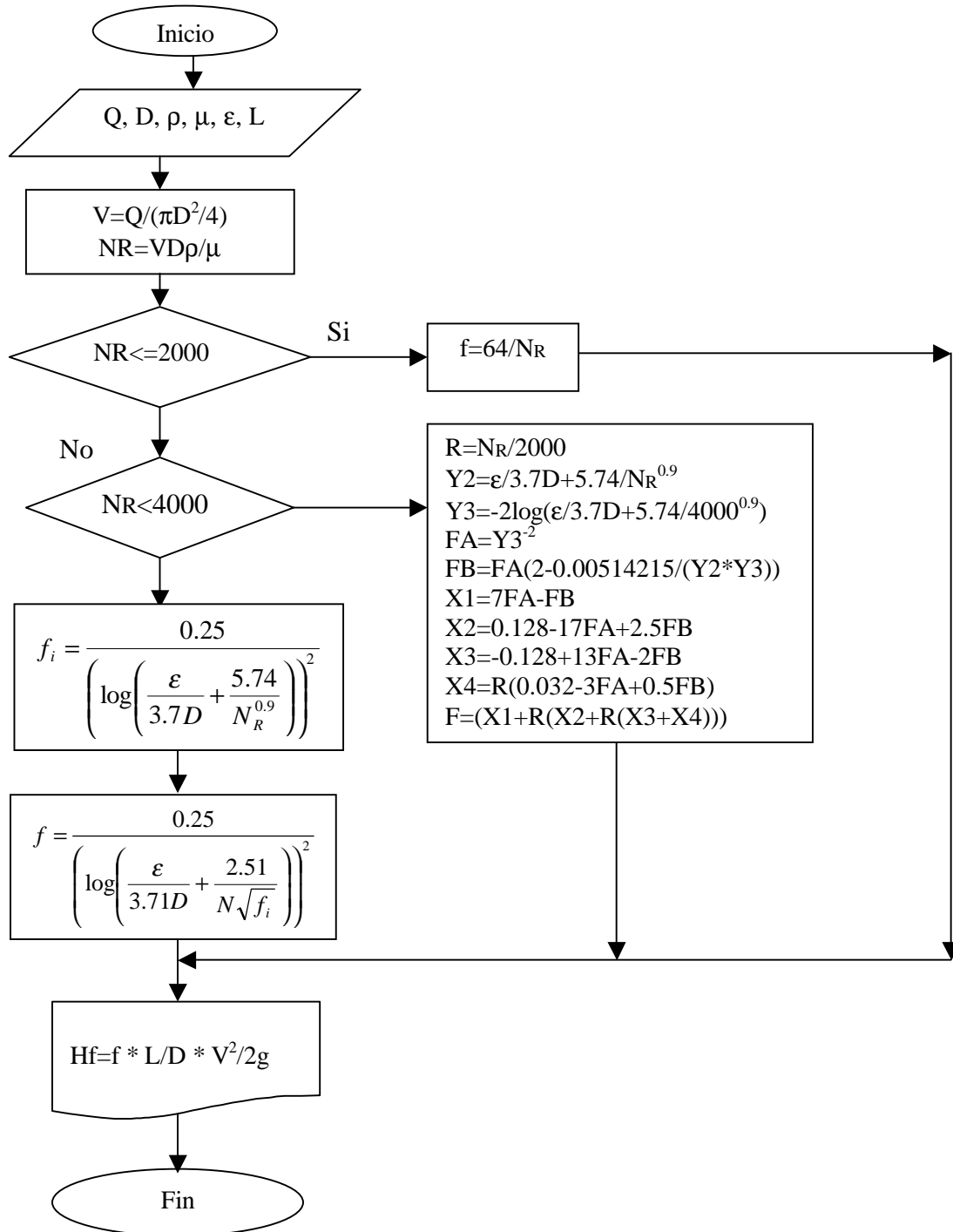
3.6 AUTOMATIZACIÓN DEL PROCESO DE CÁLCULO DE LA PÉRDIDA DE ENERGÍA POR FRICCIÓN.

En la siguiente figura se presenta un diagrama de flujo para encontrar las pérdidas por fricción utilizando la ecuación de Darcy – Weisbach con los siguientes factores de fricción:

- Hagen – Poiseuille, para flujo laminar.
- Interpolación cúbica de Dunlop, para flujo en la zona crítica.
- Swamee – Jain y Colebrook – White, para flujo turbulento.

En resumen esta es la metodología que se recomienda para el calculo de la perdida de energía debido a la fricción.

Figura 3.2. Diagrama de Flujo para el calculo de pérdidas por fricción utilizando la ecuación de Darcy -Weisbach



Si decidimos codificar el programa en lenguaje BASIC para Cassio FX-880P, este podría ser así:

Figura 3.2 Listado del programa en BASIC para el calculo de pérdidas por fricción

```

10 INPUT "Caudal "; Q
20 INPUT "Diámetro "; D
30 INPUT "Densidad "; P
40 INPUT "Viscosidad "; M
50 INPUT "Rugosidad "; E
60 INPUT "Longitud "; L
70 V = Q / (PI * D ^ 2 / 4)
80 NR = V * D * P / M
90 IF NR <= 2000 THEN F = 64 / NR: GOTO 190
100 IF NR < 4000 THEN 110
102 FI= 0.25 / (LOG(E / 3.7 / D + 5.74 / NR ^ 0.9))^2
104 F = 0.25 / (LOG(E / 3.7 / D + 2.51 / NR / SQR(FI)))^2
106 GOTO 190
110 R = NR / 2000: Y2 = E / 3.7 / D + 5.74 / NR ^ 0.9
120 Y3 = -2 * LOG(E / 3.7 / D + 5.74 / 4000 ^ 0.9): FA = Y3 ^ -2
130 FB = FA * (2 - 0.00514215 / (Y2 * Y3))
140 X1 = 7 * FA - FB
150 X2 = 0.128 - 17 * FA + 2.5 * FB
160 X3 = -0.128 + 13 * FA - 2 * FB
170 X4 = R * (0.032 - 3 * FA + 0.5 * FB)
180 F = X1 + R * (X2 + R * (X3 + X4))
190 HF = F * L / D * V ^ 2 / 2 / 9.81
200 PRINT "PERDIDA ="; HF

```

4. PÉRDIDAS MENORES O LOCALES



Ahora sabemos cómo calcular las pérdidas en tuberías. Sin embargo los sistemas de tuberías incluyen: válvulas, codos, reducciones, dilataciones, entradas, salidas, flexiones y otras características que causan pérdidas adicionales, llamadas **pérdidas menores**.

La pérdida de presión total producida por una válvula o accesorio consiste en⁽⁹⁾:

1. La pérdida de presión dentro de la válvula.
2. La pérdida de presión en la tubería de entrada es mayor de la que se produce normalmente si no existe válvula en la línea. Este efecto es pequeño.
3. La pérdida de presión en la tubería de salida es superior a la que se produce normalmente si no hubiera válvula en la línea. Este efecto puede ser muy grande.

Desde el punto de vista experimental es difícil medir estas tres caídas por separado.

Se acostumbra calcular estas pérdidas con una ecuación de la forma:

$$h_m = K \frac{V^2}{2g} \quad (4.1)$$

En donde : V = Velocidad media del flujo
 K = Coeficiente de resistencia

En algunos casos puede haber mas de una velocidad de flujo como en el caso de las reducciones o ampliaciones. Es de la mayor importancia que sepamos que velocidad debemos utilizar en cada coeficiente de resistencia.

4.1 DILATACIÓN SÚBITA

En la figura 4.1a observamos una expansión repentina de una tubería, en la que el diámetro cambia de D_1 a D_2 . Aplicando la segunda ley de Newton al volumen de control mostrado en la figura 4.1b, suponiendo perfiles uniformes, obtenemos:

⁹ CRANE Co., Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías, p. 2-2

$$\sum F_x = M(V_2 - V_1) \quad \text{En donde,} \quad M = \frac{m}{\Delta t} = \text{Rapidez de flujo de masa}$$

$$(p_1 - p_2)A_2 = \rho A_2 V_2 (V_2 - V_1)$$

$$\therefore \frac{p_1 - p_2}{\rho} = V_2 (V_2 - V_1)$$

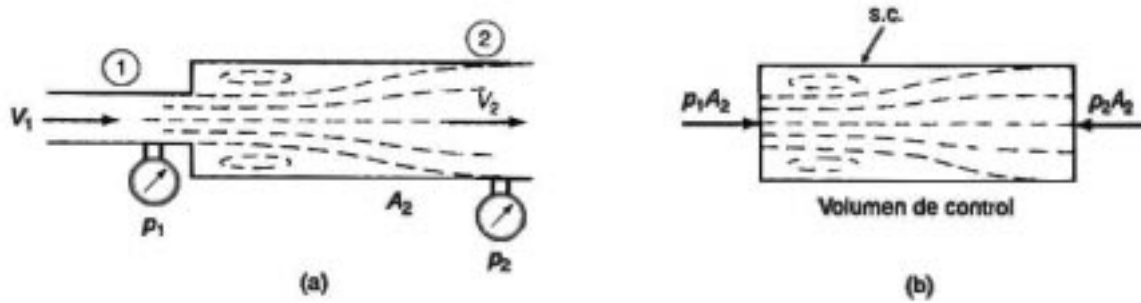


Figura 4.1. Dilatación súbita

Aplicando la ecuación general de energía tenemos:

$$0 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + z_1 - z_2 + h_L$$

$$\therefore h_m = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} - \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

$$h_m = \frac{V_2(V_2 - V_1)}{g} - \frac{(V_2 - V_1)(V_2 + V_1)}{2g} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

Para expresar esto en términos exclusivamente de V_1 aplicamos continuidad:

$$V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1$$

Entonces la ecuación para las pérdidas en una ampliación brusca toma la siguiente forma:

$$h_m = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (4.2)$$

Los valores de K de esta ecuación coinciden con los hallados experimentalmente cuando la velocidad V_1 es aproximadamente 1.2 m/s, por eso se recomienda utilizar los valores experimentales mostrados en la tabla 4.1, cuando se conoce la velocidad de flujo.

Tabla 4.1 Coeficiente de resistencia dilatación súbita

D_2/D_1	Velocidad, v_1 en m/s						
	0.6	1.2	3.0	4.5	6.0	9.0	12.0
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.2	0.11	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09	0.08
1.4	0.26	0.25	0.23	0.22	0.22	0.21	0.20
1.6	0.40	0.38	0.35	0.34	0.33	0.32	0.32
1.8	0.51	0.48	0.45	0.43	0.42	0.41	0.40
2.0	0.60	0.56	0.52	0.51	0.50	0.48	0.47
2.5	0.74	0.70	0.65	0.63	0.62	0.60	0.58
3.0	0.83	0.78	0.73	0.70	0.69	0.67	0.65
4.0	0.92	0.87	0.80	0.78	0.76	0.74	0.72
5.0	0.96	0.91	0.84	0.82	0.80	0.77	0.75
10.0	1.00	0.96	0.89	0.86	0.84	0.82	0.80
∞	1.00	0.98	0.91	0.88	0.86	0.83	0.81

4.2 PÉRDIDA EN SALIDAS

En la ecuación 4.2 obtuvimos el K para una dilatación súbita:

$$K = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

Si A_2 es extremadamente grande, como en el caso de una tubería que entra a un depósito tenemos que:

$$K=1$$

Resultado de esperar, ya que se pierde toda la energía cinética $V^2/2g$. Esto quiere decir que toda la energía cinética se disipa por formación de macro turbulencia en el depósito.

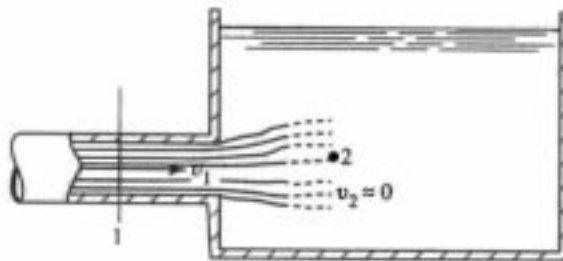


Figura 4.2. Tubería entrante a un depósito.

4.3 DILATACIÓN GRADUAL

La transición de un conducto menor a otro mayor puede hacerse de una forma menos brusca, colocando una sección cónica entre los dos conductos, reduciendo así las pérdidas de energía.

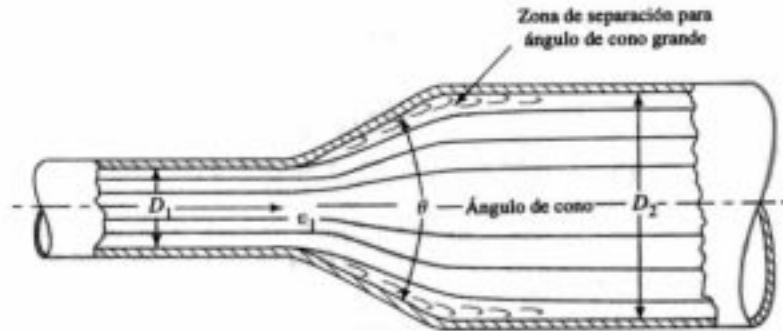


Figura 4.3. Dilatación gradual

Las pérdidas de este tipo de accesorio las podemos calcular con la ecuación 4.1, así:

$$h_m = K \frac{V_1^2}{2g}$$

Donde V_1 es la velocidad de la corriente en el conducto menor.

En la tabla 4.2 tenemos los valores de K en función de la relación de diámetros extremos (D_2/D_1) y el ángulo θ .

Tabla 4.2 Coeficiente de resistencia, dilatación gradual

D_2/D_1	Angulo del cono, θ en grados											
	2	6	10	15	20	25	30	35	40	45	50	60
1.1	0.01	0.01	0.03	0.05	0.10	0.13	0.16	0.18	0.19	0.20	0.21	0.23
1.2	0.02	0.02	0.04	0.09	0.16	0.21	0.25	0.29	0.31	0.33	0.35	0.37
1.4	0.02	0.03	0.06	0.12	0.23	0.30	0.36	0.41	0.44	0.47	0.50	0.53
1.6	0.03	0.04	0.07	0.14	0.26	0.35	0.42	0.47	0.51	0.54	0.57	0.61
1.8	0.03	0.04	0.07	0.15	0.28	0.37	0.44	0.50	0.54	0.58	0.61	0.65
2.0	0.03	0.04	0.07	0.16	0.29	0.38	0.46	0.52	0.56	0.60	0.63	0.68
2.5	0.03	0.04	0.08	0.16	0.30	0.39	0.48	0.54	0.58	0.62	0.65	0.70
3.0	0.03	0.04	0.08	0.16	0.31	0.40	0.48	0.55	0.59	0.63	0.66	0.71
∞	0.03	0.05	0.08	0.16	0.31	0.40	0.49	0.56	0.60	0.64	0.67	0.72

4.4 CONTRACCIÓN SUBITA

Estas pérdidas se pueden calcular con la expresión:

$$h_L = K \frac{V_2^2}{2g}$$

Donde V_2 es la velocidad de la corriente en el conducto menor.

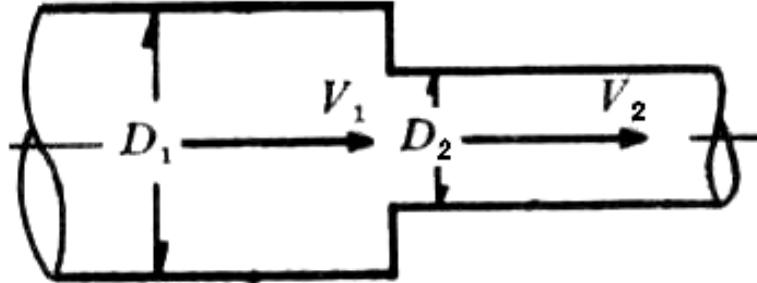


Figura 4.4. Contracción súbita

En la tabla 4.3, tenemos los valores de K en función de la relación de diámetros extremos (D_1/D_2) y la velocidad promedio inicial.

Tabla 4.3 Coeficiente de resistencia, contracción súbita

D_1/D_2	Velocidad, v_1 en m/s								
	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	4.5	6.0	9.0	12.0
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.1	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.06
1.2	0.07	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.09	0.10	0.11
1.4	0.17	0.17	0.17	0.17	0.18	0.18	0.18	0.19	0.20
1.6	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.25	0.25	0.25	0.24
1.8	0.34	0.34	0.34	0.33	0.33	0.32	0.31	0.29	0.27
2.0	0.38	0.37	0.37	0.36	0.36	0.34	0.33	0.31	0.29
2.2	0.40	0.40	0.39	0.39	0.38	0.37	0.35	0.33	0.30
2.5	0.42	0.42	0.41	0.40	0.40	0.38	0.37	0.34	0.31
3.0	0.44	0.44	0.43	0.42	0.42	0.40	0.39	0.36	0.33
4.0	0.47	0.46	0.45	0.45	0.44	0.42	0.41	0.37	0.34
5.0	0.48	0.47	0.47	0.46	0.45	0.44	0.42	0.38	0.35
10.0	0.49	0.48	0.48	0.47	0.46	0.45	0.43	0.40	0.36
∞	0.49	0.48	0.48	0.47	0.47	0.45	0.44	0.41	0.38

4.5 PÉRDIDAS EN ENTRADAS

Este tipo de pérdidas ocurre cuando hay un flujo de un depósito o tanque, relativamente grande con relación al diámetro de la tubería, a un conducto. En esta situación el fluido se ve sometido a un cambio de velocidad de casi cero, en el tanque, a una muy grande,

que se presenta en el conducto. Las pérdidas son entonces dependientes de la facilidad con que se realiza dicha aceleración.

En la siguiente figura se presentan los coeficientes de resistencia mas utilizados para calcular la pérdida de energía con la siguiente expresión

$$h_L = K \frac{V_2^2}{2g}$$

Donde V_2 es la velocidad de flujo en el conducto.

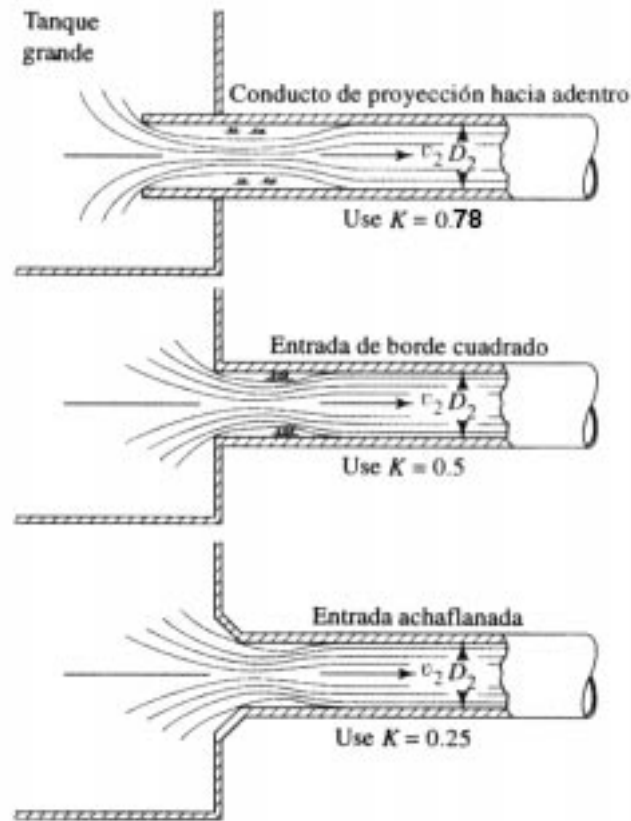


Figura 4.5. Coeficientes de resistencia en entradas.

4.6 PÉRDIDAS EN VÁLVULAS Y CONECTORES

En la actualidad disponemos de diferentes tipos de válvulas, uniones, codos y te; sus diseños dependen del fabricante y en caso de ser posible el suministrará los coeficientes de resistencias de sus accesorios. Sin embargo se dispone de literatura técnica suficiente en donde se listan estos coeficientes.

La pérdida de energía se expresa, como en los anteriores casos, en función de la velocidad:

$$h_m = K \frac{V^2}{2g}$$

La misma pérdida para una tubería recta se expresa con la ecuación de Darcy - Weisbach:

$$h_m = \left(f \frac{L}{D} \right) \frac{V^2}{2g} \quad \text{De donde resulta que:} \quad K = \left(f_T \frac{L_e}{D} \right) \quad (4.3)$$

La relación de L_e / D es la longitud equivalente en diámetros de tubería recta que causa la misma pérdida de presión que el obstáculo y f_T es el factor de fricción en el conducto al cual esta conectado el accesorio, tomado en la zona de turbulencia completa el cual se calcula con la expresión de Nikuradse:

$$\frac{1}{\sqrt{f_T}} = 2 \log(3.71D / \varepsilon) \quad (4.4)$$

Obsérvese que esta expresión equivale a la de Colebrook - White para N_R muy grandes.

Tabla 4.4 Longitudes equivalentes en diámetros¹⁰

Tipo de accesorio	Longitud equivalente en diámetros L_e/D
Válvula globo - abierta de todo	340
Válvula de ángulo abierta del todo	150
Válvula de compuerta - Abierta del todo	9
Abierta a $\frac{3}{4}$	35
Abierta a la mitad	160
Abierta a $\frac{1}{4}$	900
Válvula Cheque - Tipo giratorio	100
Tipo Bola	150
Válvula de mariposa - Abierta del todo	45
Codos de 90° - Estándar	30
Radio largo	20
De calle	50
Codos de 45° - Estándar	16
De calle	26
Te estándar - flujo directo	20
Flujo desviado a 90°	60
Válvula de bola (cierre rápido) - Abierta	3

¹⁰ CRANE Co., Op.cit., p. A46-A49

Ejemplo 4.1 : Fluye agua a 20°C de un tramo de longitud L de acero cal 40 de 4", conectado a un depósito con una entrada de borde recto. Una válvula de compuerta medio abierta controla el flujo. La altura del depósito sobre la salida es de 40m. Si desean obtener 10 l/s, calcule las pérdidas para las siguientes longitudes: 5, 10, 100 y 1000m. Teniendo en cuenta las pérdidas por fricción y luego las pérdidas por fricción más las producidas por los accesorios.

Solución: Primero se debe evaluar el número de Reynolds, Utilizando la ecuación (2.4)

$$N_R = \frac{\rho VD}{\mu} \quad \text{en la que, } V = \frac{Q}{A}$$

Para el agua a 20°C de la tabla A.1. $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.02 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Para la tubería de acero de la tabla C.1 tenemos : $\phi_{\text{int}} = 102.3 \text{ mm}$

$$A = 8.213 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{Así: } N_R = \frac{998 \text{ kg/m}^3 \cdot 1.218 \text{ m/s} \cdot 0.1023 \text{ m}}{1.02 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}} = 121\,913.92$$

Aplicando la ecuación (3.6) para el cálculo de f tenemos:

$$f_i = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{1}{3.7 \cdot 0.1023 / 4.6 \cdot 10^{-5}} + \frac{5.74}{121\,913.92^{0.9}} \right) \right]^2} = 0.0197$$

$$f = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{4.6 \cdot 10^{-5}}{3.7 \cdot 0.1023} + \frac{2.51}{121\,913.92 \sqrt{0.0197}} \right) \right]^2} = 0.0196$$

Aplicando la ecuación de Darcy - Weisbach obtenemos las pérdidas por fricción

$$h_f = 0.0196 \frac{L}{0.1023} \frac{1.218^2}{2 \cdot 9.81} = 14.49 \cdot 10^{-3} L$$

Además en el sistema planteado se presentan pérdidas locales, debidas a la entrada y a la válvula que regula el flujo.

$$h_m = (K_e + K_v) \frac{V^2}{2g}, \quad \text{en donde: } K_e \text{ es el coeficiente de resistencia en la entrada}$$

y K_v es el coeficiente de la válvula

$$K_e = 0.5 \text{ (figura 4.5)}$$

$K_v = 160 f_t$ (tabla 4.4), en donde f_t es el factor de fricción de tomado en la zona de turbulencia completa, el cual se calcula mediante la ecuación 4.4

$$f_t = \left[2 \log \left(\frac{3.71 \cdot 0.1023}{4.6 \cdot 10^{-5}} \right) \right]^{-2} = 0.0163 \text{ y así, } K_v = 160 \cdot 0.0163 = 2.61$$

$$h_m = (0.5 + 2.61) \frac{1.218^2 m^2 / s^2}{2 * 9.81 m / s^2} = 0.235 m$$

Si elaboramos una tabla en donde consignemos los valores de las pérdidas para las diferentes longitudes tenemos:

L/D	48.89	97.79	977.90	9 778.99
h_F	0.072	0.145	1.449	14.49
h_L	0.235	0.235	0.235	0.235
Σh	0.307	0.380	1.684	14.725
% h_L	76.5	61.8	14.0	1.6

En la tabla anterior podemos observar que para los tramos de tuberías cortas (esto es menores de 100 diámetros) las pérdidas locales son mucho mayores. Para longitudes intermedias ($100 < L/D < 1\ 000$) las pérdidas por fricción comienzan a ser apreciables y en las tuberías largas ($L/D > 1\ 000$) las pérdidas por fricción son mucho mayores, por eso en estas tuberías se acostumbra despreciar las pérdidas locales.
